Flujo de calor disipado por la aleta, q_a

Para el caso II, el calor transferido por la aleta puede ser cuantificado mediante:

$$q_a = -kA\frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=0} = k\ A\ \theta_0 m\ \tanh(mL) = \sqrt{hPkA}\,\theta_0\ \tanh\ (mL)$$

Eficiencia de una aleta

Se define la eficiencia de una aleta como:

$$\eta = \frac{q_a}{q_{\text{máx}}}$$

donde $q_{\text{máx}}$, se refiere al calor máximo que podría transferir la aleta, este calor máximo se establecería en el caso hipotético que toda la aleta se mantuviera a la temperatura de la base, en cuyo caso el calor se calcularía, mediante:

$$q_{\text{máx}} = h\ PL\ (T_0 - T_\infty)$$

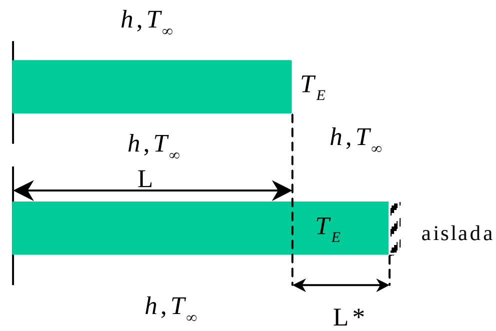
De manera que sustituyendo la expresión anterior en la definición de eficiencia se obtiene finalmente:

$$\eta = \frac{tanh\ (mL)}{mL}$$

En la práctica las aletas pierden calor por el extremo, para contabilizar esa pérdida de calor Jakob, recomienda utilizar las expresiones deducidas para una aleta con extremo aislado pero realizando una corrección a la longitud de la aleta, que viene dada por:

$$L_c = L + \frac{A}{P}$$

Demostración de la aproximación de Jakob



La esencia de la aproximación de Jakob consiste en determinar el incremento de longitud de la aleta de suerte tal que el calor que pierde la aleta por el extremo sea equivalente al calor que se transfiere por la periferia de la porción de aleta agregada. La aproximación estriba en suponer que dado que está adición de longitud es pequeña, es plausible decir que la temperatura de esta porción es igual a la temperatura del extremo de la aleta original. En consecuencia , se puede escribir la siguiente equivalencia:

$$q^* = hPL^* (T_E - T_\infty) = hA (T_E - T_\infty)$$

que al simplificar nos queda : $L^* = \dfrac{A}{P}$

Con la ayuda de esta aproximación, la cuantificación de la eficiencia de una aleta que pierde calor por convección, puede ser cuantificada mediante:

$$\eta = \frac{\tanh\left(m\left(L + \frac{A}{P}\right)\right)}{m\left(L + \frac{A}{P}\right)}$$

Ejemplo 2.4 Determine la transferencia de calor desde la aleta rectangular mostrada en la figura. El extremo de la aleta pierde calor por convección. La aleta tiene una conductividad térmica de 150 W/mK . La temperatura de la base es de 100 $^\circ C$ y el fluido que circunda a la aleta se encuentra a 20$^\circ C$. El coeficiente de transferencia de calor por convección, h, es 30W/m^2K .

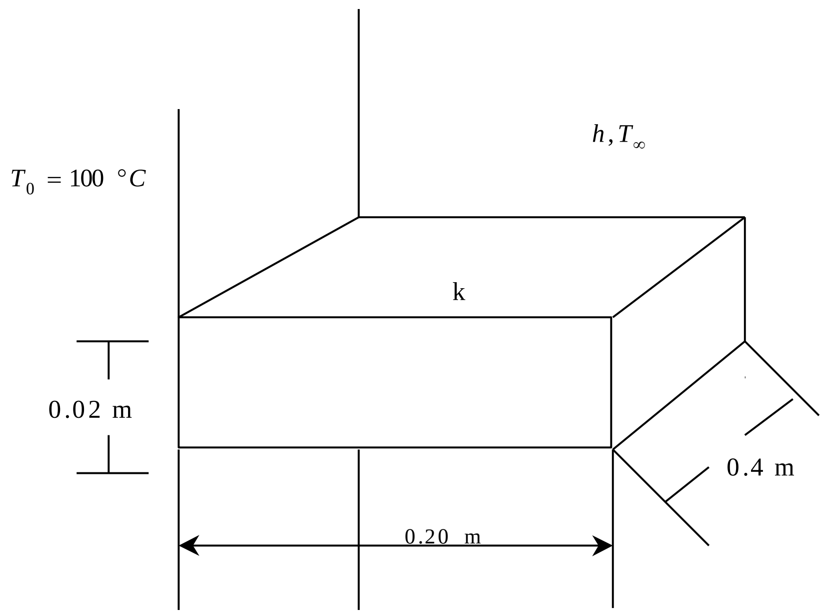


Figura 2.19 Esquema del Ejemplo 2.4

Solución

$$L_c = L + \frac{A}{P} = 0{,}20 + \frac{0{,}40\ .\ 0{,}02}{0{,}80 + 0{,}04} = 0{,}2095$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} = 4{,}5826$$

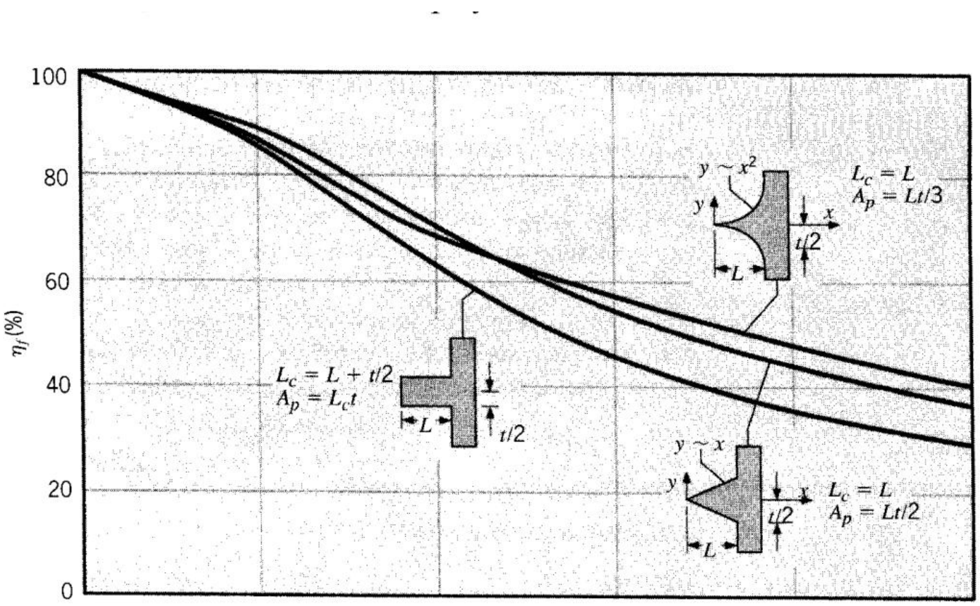
$$mL_c = 0.96$$

$$\eta = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} = 0{,}775$$

$$q_{\text{máx}} = hPL_c(T_0 - T_\infty) = 30\ .0{,}84\ .0{,}2095\ .(80) = 422{,}35\ W$$

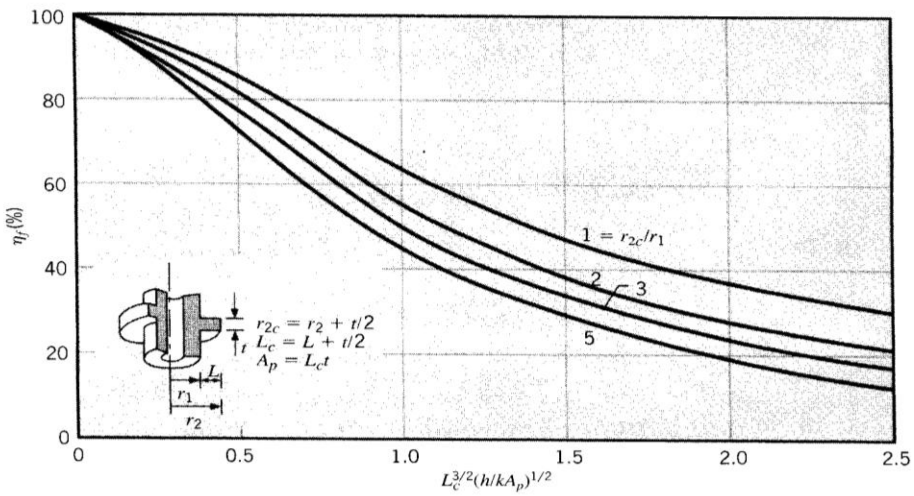
$$q_a = \eta\, q_{\text{máx}} = 0{,}775\ .\ 422{,}35 = 327\ W$$

La eficiencia de diversos de aletas se presenta a continuación:



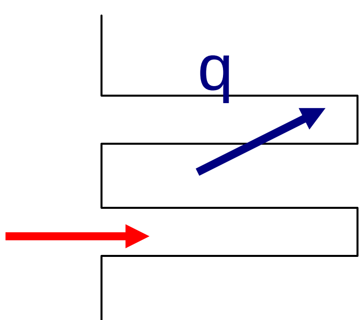
$$L_c^{3/2}(h/kA_p)^{1/2}$$

$L_c^{3/2}(h/kA_p)^{1/2}$.



Eficiencia global de un grupo de aleta

A_b: área de la base expuesta al fluido
A_f: área superficial de una sola aleta
A_t: área total incluyendo el área de la base y toda la superficie aleteada, $A_t=A_b+NA_f$
N: Número total de aletas



Se define la eficiencia global de un grupo de aletas como:

$$\eta_o = 1 - \frac{NA_f}{A_t}(1 - \eta_f)$$

$$q_t = q_b + Nq_f = hA_b(T_b - T_\infty) + N\eta_f hA_f(T_b - T_\infty)$$
$$= h[(A_t - NA_f) + N\eta_f A_f](T_b - T_\infty) = h[A_t - NA_f(1 - \eta_f)](T_b - T_\infty)$$
$$= hA_t[1 - \frac{NA_f}{A_t}(1 - \eta_f)](T_b - T_\infty) = \eta_O hA_t(T_b - T_\infty)$$